

UN METODO DE OBTENCION DEL TERREMOTO DE DISEÑO EN UN EMPLAZAMIENTO

A. Samartín y J. Martínez
Dres. Ingenieros de Caminos

"Resumen.-" Se describe una metodología orientada a la determinación del período de retorno de cada intensidad sísmica sentida en un emplazamiento dado.

El procedimiento considera la regionalización sismotectónica del área total susceptible de producir terremotos con efectos sentidos apreciables en el emplazamiento.

El modelo de distribución espacial de aparición de terremotos se simula mediante una adecuada definición de las distintas unidades sismotectónicas, en las que se divide el área total y para la que esta distribución se considera uniforme.

La aparición en el tiempo de los seismos se supone sigue un modelo de Poisson con un parámetro variable aleatoria, descrito mediante una distribución conjugada $\gamma-1$, cuyas estadísticas se ajustan de acuerdo con el teorema de Bayes a partir de la información histórica existente.

La integración de los dos modelos anteriores permite deducir la distribución de probabilidad de aparición de un movimiento sísmico de intensidad determinada en el emplazamiento que se estudia.

1.- INTRODUCCION

El establecimiento del terremoto que debe considerarse en el diseño de una obra pública, ya en su fase de servicio o de acción última, constituye un problema cuya resolución no puede alcanzarse con los únicos recursos de la Técnica. En efecto, criterios procedentes de niveles de decisión política, que conllevan la aceptación por la Sociedad de un nivel de riesgo son fundamentales en la fijación de un terremoto de diseño. Al ser los recursos disponibles por la Comunidad limitados, las causas generadoras de riesgos múltiples y la imposibilidad de asegurar absolutamente una construcción ante cualquier terremoto susceptible de actuar en el emplazamiento, con mayor o menor probabilidad, se comprende que es necesaria la aceptación de un nivel de riesgo sísmico si se desea construir la obra pública.

En los siguientes apartados, se presentaran algunos procedimientos indicadores del nivel de sismicidad existente en un emplazamiento determinado. Conviene tener en cuenta, que las características de estos procedimientos estan fuertemente relacionadas con el grado de aproximación y conocimiento de los datos de partida (geológicos, geotéctonicos e históricos).

Las características de estos datos, suelen corresponder en nuestro país con una sismicidad moderada, a recogida de las intensidades de seismos acontecidos durante un dilatado período. Este hecho significa que aspectos subjetivos y cualitativos se encuentran involucrados en el análisis. Por otra parte, el número de terremotos de gran tamaño que se han producido es escaso. Esta situación es radicalmente diferente a la que aparece en otras zonas -Costa Oeste de los Estados Unidos por ejemplo- donde la memoria histórica sobre seismos es relativamente corta, si bien, adecuadamente instrumentalizada. Existen terremotos de gran tamaño recogidos con medidas de su magnitud, acelerogramas, etc, que permiten en ciertos aspectos otro tipo de análisis y metodología.

Por consiguiente, en lo que sigue, se utilizarán como datos primarios las intensidades sísmicas, en lugar de las usuales magnitudes, por corresponder a las que se obtienen directamente de los estudios históricos. Evidentemente es posible correlacionar las intensidades con las magnitudes, pero la dispersión inherente a este tipo de transformaciones parecen aconsejar estos procedimientos. (*)

En nuestro país se han desarrollado en esta dirección distintos análisis sísmicos, bien dirigidos al estudio de emplazamientos de Obras Públicas singulares, (1), (2) y (3), ó bien a la confección de mapas sísmicos (4) y (5). El método que se expone a continuación ha sido desarrollado con el objetivo de tratar de un modo coherente la escasa información sísmica normalmente disponible en un estudio de este tipo referido a zonas con baja actividad sísmica y con una pequeña y no instrumentalizada colección de datos sobre terremotos ocurridos. Existen ciertas semejanzas de este estudio con el planteado para la Costa Este de los Estados Unidos por Cornell en su publicación (6).

2.- HIPOTESIS Y DATOS DE PARTIDA

Se supone primeramente que la actividad sísmica con posibles efectos en el emplazamiento (P), se concentra en una región Ω , es decir, se desprecia la influencia de los terremotos con epicentros situados en el exterior de la región Ω . Se admite que esta región corresponde a un círculo de centro P y radio 300 Km.

La región Ω puede dividirse en una serie de zonas sísmicas o unidades sismotectónicas Ω_i , en cada una de las cuales la actividad sísmica se admite uniforme. De otro modo, la probabilidad de que el epicentro P_0 de un terremoto producido dentro de

(*) Existen fórmulas muy diversas, que relacionan estas dos cantidades, la presentada en (3) corresponde a una de las más simples, en efecto, es lineal, y de la forma: $M = 0,6 I_e + 1,3$; con M magnitud Richter e I_e la intensidad epicentral.

Ω_i , se encuentre en un entorno determinado (subconjunto de Ω_i) $d\Omega_i$ es independiente de la situación de $d\Omega_i$. El valor de esta probabilidad es, por consiguiente:

$$\text{Prob}(P_0 \in d\Omega_i / P \in \Omega_i) = \frac{\text{área } d\Omega_i}{\text{área } \Omega_i} = \frac{dA_i}{A_i} \quad (1)$$

Los datos que se suponen disponibles se resumen a continuación:

- Relación histórica de todos los terremotos acaecidos con epicentro en la región Ω . Cada seísmo k se define por las coordenadas (x_k, y_k) de su epicentro, intensidad epicentral I_{0k} y año de ocurrencia t_k .
- Definición de las zonas sísmicas o unidas sismotectónicas Ω_i , en las que se supone dividida la región Ω . Estas zonas sísmicas pueden estar concentradas a una línea (falla) o un área de la región Ω .
- Curvas de amortiguamiento o atenuación de la intensidad, es decir, las funciones que relacionan las diferencias entre las intensidades sentidas en el epicentro (P_0) y en el emplazamiento (P) con la distancia y dirección del vector $\overrightarrow{PP_0}$. Estas curvas son específicas de cada zona sísmica Ω_i .

Los datos anteriores están recogidos y serán tratados con la consideración de las siguientes hipótesis:

- (a) La aparición de los seísmos se distribuye temporalmente de acuerdo con un modelo de Poisson. Este modelo implica independencia aleatoria en su ocurrencia espacial y temporal, ordenación en el sentido de que la probabilidad de aparición simultánea de dos o más terremotos es pequeña y estacionariedad o sea la tasa λ (número de terremotos que aparecen por unidad de tiempo) es independiente del tiempo.

Por consiguiente, la probabilidad de ocurrencia de n seísmos en un lapso de tiempo t sigue la siguiente ley de distribución de Poisson:

$$\text{Prob}(N_t = n) = P_{N_t}(n, t) = \frac{e^{-\lambda t} (\lambda t)^n}{n!} \quad (2)$$

con N_t número de terremotos que aparecen en un tiempo t .

La media y varianza de la variable aleatoria N_t son:

$$E(N_t) = \lambda t \quad ; \quad \text{Var}(N_t) = (\lambda t)^2$$

Esta hipótesis poissoniana es aceptable para grandes terremotos, en otros casos, se utilizan modelos de Markow más sofisticados.

- (b) Las curvas de atenuación se suelen deducir a partir de las isósistas observadas para diferentes terremotos. Se utilizan bien directamente los valores medidos entre isósistas y la intensidad epicentral I_e , o bien, mediante un ajuste de errores mínimos cuadráticos. En este último caso se utilizan curvas de atenuación, según una dirección determinada, de la forma:

$$\Delta I = I_e - I = b_1 + b_2 \log(R+R_0) + b_3(R+R_0) \quad (3)$$

con R la distancia epicentral, b_1 , b_2 , b_3 y R_0 parámetros fijos. Los valores de b_1 , dependen de la zona R_i y de la intensidad I_e considerada. A veces se admite, por su escasa importancia $b_3 = 0$.

En general, se supone en el cálculo que la curva de atenuación es función de la distancia y orientación, es decir, $\Delta I = \Delta I(R, \theta)$, existiendo dos curvas, una para intensidades epicentrales moderadas y otra para intensidades altas.

3.- MODELO PROBABILISTA

El objetivo del cálculo sísmico probabilista que se describe a continuación consiste en determinar a partir de los datos anteriores, el período de retorno $PR(I, P)$ para cada intensidad sísmica I sentida en el emplazamiento P . El período de retorno de un suceso se define como el tiempo medio de ocurrencia por primera vez del suceso, o equivalentemente, el intervalo medio entre dos sucesos consecutivos. En nuestro caso, el suceso corresponde a un terremoto que produce una intensidad I en el emplazamiento P y que se denotará por $S_2(I, P)$.

Por definición se puede escribir:

$$PR(I, P) = \int_0^{\infty} tg(I, P; t) dt \quad (4)$$

en donde $g(I, P; t)$ es la función de densidad de probabilidad del suceso $S_2(I, P)$, es decir:

$$\text{Prob}(S_2 \text{ ocurra en el intervalo } t, t+dt) = g(I, P; t) dt$$

La función de acumulación de probabilidad de este mismo suceso, $G(I, P; t)$ se define como la probabilidad de que el tiempo en que aparece el suceso $S_2(I, P)$ por primera vez sea mayor que t , por consiguiente, se cumple:

$$g(I, P; t) = - \frac{\partial G(I, P; t)}{\partial t} \quad (5)$$

Es preciso, ahora relacionar la percepción de un terremoto en el emplazamiento del mismo en el epicentro. Se comprende que G es igual a la probabilidad de que no ocurra antes del tiempo t un terremoto con epicentro en un punto P_0 con una intensidad I_e suficientemente elevada para sentirse en el emplazamiento P con un nivel igual o mayor que el que se considera

I. Matemáticamente se expresa como sigue:

$$G(I, P; t) = \sum_{i,j} P(I_e, \Omega_{ij}; t, 0) \quad (6)$$

con $\Omega_{ij} = \Delta x \Delta y$ un entorno (rectangular) del punto P_0 de coordenadas (x_j, y_j) perteneciente a una zona sísmica Ω_i .

$P(I_e, \Omega_{ij}; t, 0)$ es la probabilidad de que no se produzcan (ceró sucesos) en un intervalo t , sucesos $S_1(I_e, \Omega_{ij})$, definidos como terremotos de intensidad epicentral I_e y epicentro situado en el entorno Ω_{ij} .

Los índices i, j se extienden de modo que todos los entornos Ω_{ij} cubran el área Ω .

Además, debe de cumplirse que la intensidad epicentral sea suficientemente elevada, es decir, mayor que una intensidad umbral I_0 .

$$I_e \geq I_0 = I + \Delta I(R, \theta) \quad (7)$$

con R la distancia $\overline{PP_0}$ y θ ángulo, con relación a una dirección fija, del vector $\overline{PP_0}$.

Por otra parte, se cumple que la probabilidad de que no se produzcan terremotos de intensidad I_e durante el intervalo t con epicentro en el entorno $\Omega_{ij} \subset \Omega_i$, es igual a la suma de las probabilidades de que se produzcan n terremotos (con $n = 0, 1, 2, \dots$) en la zona Ω_i pero no en el entorno Ω_{ij} , es decir:

$$p(I_e, \Omega_{ij}; t, 0) = \sum_{n=0}^{\infty} p(I_e, \Omega_{ij}; t, n) q_{ij}^n \quad (8)$$

en donde $p(I_e, \Omega_{ij}; t, n)$ representa la probabilidad de que se produzcan n sucesos $S_1(I_e, \Omega_i)$, terremotos de intensidad I_e con epicentro en la zona Ω_i durante el tiempo t .

q_{ij} es la probabilidad de que un terremoto con epicentro en la zona Ω_i , no se encuentre este en el entorno Ω_{ij} . La expresión de esta probabilidad espacial es por definición de zona sísmica:

$$q_{ij} = 1 - \frac{A_{ij}}{A_i} = 1 - \frac{\Delta x \Delta y}{A_i} \quad (9)$$

La distribución temporal de terremotos $S_1(I_e, \Omega_i)$ con $I_e \geq I_0$ es, de acuerdo con las hipótesis expuestas anteriormente, de tipo Poisson, es decir:

$$p(I_0, \Omega_i; t, n) = \frac{e^{-\lambda t} (\lambda t)^n}{n!} \quad (10)$$

La tasa λ de terremotos es, por lo tanto, función de la zona Ω_i y del nivel de intensidad I_e o equivalentemente de la distancia y dirección del emplazamiento al epicentro. Se puede considerar ella misma como una variable aleatoria de distribu-

ción $f(\lambda)$ dada por la expresión:

$$f(\lambda) = \frac{e^{-\lambda\tau} \lambda^{v-1} \tau^v}{\Gamma(v)} \quad (11)$$

cuyo valor medio es $\bar{\lambda} = E(\lambda) = \frac{v}{\tau}$

y la varianza: $\text{Var}(\lambda) = \frac{1}{v}$

La determinación, a partir de los datos disponibles, de los parámetros v y τ de esta distribución se describe mas adelante en el apartado 4.

La distribución bayesiana $\bar{p}(I_0, \Omega_i; t, n)$, que reemplaza a la (10) es por consiguiente:

$$\bar{p}(I_0, \Omega_i; t, n) = \int_0^\infty p(I_0, \Omega_i; t, n) f(\lambda) d\lambda \quad (12)$$

o bien efectuando la integración, se deduce:

$$\bar{p}(I_0, \Omega_i; t, n) = \frac{t^n \tau^v}{(\tau+t)^{v+n}} \frac{\Gamma(n+v)}{n! \Gamma(v)} \quad (13)$$

Se comprueba que la nueva distribución de los sucesos $S_1(I_0, \Omega_i)$ no depende ya de la variable aleatoria λ y solamente de los parámetros v y τ .

Si se introducen las igualdades (9) y (13) en la expresión (8), esta se convierte en la siguiente:

$$\begin{aligned} P(I_0, \Omega_{ij}; t, 0) &= \sum_{n=0}^{\infty} \bar{p}(I_0, \Omega_i; t, n) q_{ij}^n = \left(\frac{\tau}{\tau+t}\right)^v \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{t}{\tau+t}\right)^n q_{ij}^n \binom{n+v-1}{n} = \\ &= \left(\frac{t}{\tau+t}\right)^v \sum_{n=0}^{\infty} \binom{-v}{n} \left(\frac{t q_{ij}}{\tau+t}\right)^n (-1)^n \end{aligned} \quad (14)$$

La suma anterior corresponde al desarrollo de un binomio, con lo que la igualdad (14) se transforma como sigue:

$$P(I_0, \Omega_{ij}; t, 0) = \left(\frac{\tau}{\tau+t}\right)^v \frac{1}{(1-t q_{ij}/(\tau+t))^v} = \frac{1}{(1+t/\tau \cdot \Delta x \Delta y / A_i)^v} \quad (15)$$

Tras la discusión anterior, se observa que el período de retorno expresado en (4) puede ponerse en la forma:

$$PR(I, P) = \int_0^\infty G(I, P; t) dt = \int_0^t dt \pi_j \left(1 + \frac{t}{\tau} \frac{\Delta x \cdot \Delta y}{A_i}\right)^{-v} \quad (16)$$

La ecuación (16) permite calcular el período de retorno para una intensidad I sentida en el emplazamiento P_0 . El mo-

do mas conveniente de cálculo sea probablemente recurrir a técnicas numéricas, ya que la integral es convergente para valores de $v > 1$. Detalles del procedimiento utilizado se exponen en el apartado siguiente.

4.- METODOLOGIA UTILIZADA

Las etapas mas importantes del método utilizado para la evaluación del período de retorno $PR(I,P)$ son:

- (1) Análisis de los datos. Contraste de la hipótesis de Poisson.
- (2) Obtención de los parámetros v y τ para cada zona sísmica Ω_i y nivel de intensidad I_0 .
- (3) Evaluación de la integral del período de retorno.

Una breve descripción de cada uno de los pasos de cálculo se presenta a continuación.

4.1.- Análisis de los datos. Contraste de la hipótesis de Poisson

Como es bien conocido, la recogida histórica de los datos de los seismos ocurridos con epicentro en la región de estudio Ω , dista mucho de ser completa y exenta de errores. En líneas generales muchos terremotos de bajas intensidades sucedidos en épocas lejanas no han sido registrados al menos con el mismo grado de certidumbre que los de los tiempos mas recientes. Por el contrario, seismos de altas intensidades y por consiguiente mas destructivos que los anteriores, pueden presumirse que su recuerdo histórico es de un orden de aproximación constante a través del tiempo.

Independiente de estas consideraciones, el supuesto de que la sismicidad ha permanecido estacionaria en la zona puede no ser completamente válida. Por estos y otros motivos, se ha ce preciso contrastar estadísticamente la hipótesis de la distribución de Poisson como modelo de aparición en el tiempo de todos los terremotos registrados como datos en la zona Ω .

A este fin se divide el tiempo total T de estudio de la muestra de todos los terremotos, en intervalos de tiempo pequeños ΔT . Se han considerado varias posibilidades para el valor de ΔT ($\Delta T = 25, 50, 75, 100$ y 125 años) adoptándose aquella que conduzca a resultados mas razonables de acuerdo con unos criterios que se exponen mas adelante. Para un valor de ΔT elegido, se obtienen un número de intervalos igual a la parte entera de $T/\Delta T$ y en cada uno de los cuales se determina para cada intensidad epicentral I_0 , el valor $\lambda(I_0t)$ de ocurrencia de terremotos o número de terremotos de intensidad igual o mayor que I_0 ocurridos en el mismo. Estos valores se comparan con los de un período tipo, en general el

mas fiable o al menos el mas reciente.

La prueba de la hipótesis que se práctica se basa en las siguientes condiciones:

Las variables aleatorias número de terremotos ocurridos en cada uno de los dos intervalos que se comparan, se designan por x_1 y x_2 . Cada una de ellas sigue por hipótesis la ley de aparición de Poisson, es decir, las leyes de densidad de probabilidad son:

$$p(x_1) = \frac{e^{-\lambda_1} \lambda_1^{x_1}}{x_1!} \quad y \quad p(x_2) = \frac{e^{-\lambda_2} \lambda_2^{x_2}}{x_2!}$$

Con la muestra medida se intenta contrastar la hipótesis $\lambda_1 = \lambda_2$, con un nivel de significación α . El valor adoptado para α en este estudio ha sido de 0.95.

Por otra parte, si $p(x_1, x_2)$ es la función de densidad de probabilidad (fdp) de las variables aleatorias x_1 y x_2 se cumple:

$$p(x_1, x_2) = p(x_1 + x_2) p(x_1 / x_1 + x_2) \quad (17)$$

en donde $p(x_1 + x_2)$ es la fdp de la nueva variable aleatoria $x_1 + x_2$ y $p(x_1 / x_1 + x_2)$ es la fdp de aparición de x_1 condicionada a la ocurrencia de la suma $x_1 + x_2$.

De la ecuación (17) se deduce:

$$p(x_1 / x_1 + x_2) = \frac{p(x_1, x_2)}{p(x_1 + x_2)} \quad (18)$$

En el caso de procesos de Poisson independientes se sabe que:

$$p(x_1, x_2) = p(x_1) p(x_2) = \frac{e^{-\lambda_1} \lambda_1^{x_1}}{x_1!} \frac{e^{-\lambda_2} \lambda_2^{x_2}}{x_2!} \quad (19)$$

La ecuación (19) se puede transformar convenientemente como sigue:

$$p(x_1, x_2) = \frac{e^{-\lambda_1 + \lambda_2} (\lambda_1 + \lambda_2)^{x_1 + x_2}}{(x_1 + x_2)!} \binom{x_1 + x_2}{x_1} \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \lambda_2}\right)^{x_1} \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2}\right)^{x_2}$$

Por consiguiente, la expresión (18) se convierte en:

$$p(x_1 / x_1 + x_2) = \binom{x_1 + x_2}{x_1} \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \lambda_2}\right)^{x_1} \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2}\right)^{x_2} \quad (20)$$

Si se desea comprobar la hipótesis $\lambda_1 = \lambda_2$, a partir del resultado de la muestra x_1 , conocido el valor de la suma $x_1 + x_2$, se obtiene:

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \lambda_2} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2} = \frac{1}{2}$$

con lo que resulta que basta estudiar la probabilidad de la ecuación (20):

$$\sum_{x_1=0}^a \binom{x_1+x_2}{x_1} \left(\frac{1}{2}\right)^{x_1+x_2} = \alpha \quad (21)$$

siendo α el nivel de significado adaptado.

La práctica del contraste de la hipótesis $\lambda_1 = \lambda_2$ sigue los pasos:

- (1) Se denomina x_1 y x_2 el número de terremotos acaecidos en los dos intervalos de ΔT años que se comparan.
- (2) Se calcula $s = x_1 + x_2$ y el menor valor a entero que satisfaga la ecuación:

$$\sum_{i=0}^a \binom{s}{i} \left(\frac{1}{2}\right)^s \geq \alpha$$

- (3) Si $x_s = \max(x_1, x_2) > a$ se rechaza la hipótesis.

Evidentemente si a' es el mayor entero que satisface la inecuación:

$$\sum_{i=0}^{a'} \binom{s}{i} \left(\frac{1}{2}\right)^s \leq 1 - \alpha$$

la condición $x_i = \min(x_1, x_2) < a'$ es equivalente a la anterior, es decir, se rechaza la hipótesis, con el nivel de significación α .

Utilizando la técnica anterior es posible probar la validez estadística de un conjunto de intervalos en relación con uno de comparación (generalmente el más próximo y fiable) para cada nivel de intensidad I_0 .

Se realizará el proceso para diferentes valores de ΔT , eligiéndose aquél que permite recoger como válido la mayor masa de intervalos de tiempo ΔT , sin discontinuidades. Este último criterio se basa en el supuesto de que la información generalmente se pierde a medida que nos alejamos en el tiempo.

Una vez determinado el lapso de tiempo válido para cada intensidad epicentral I_0 se puede calcular la tasa o número medio de terremotos por unidad de tiempo $\lambda(I_0)$.

La ley de Gutenberg y Richter establece que el número de terremotos que superan la intensidad epicentral I_0 viene expresado en términos de esa intensidad, como sigue:

$$\lambda(I_0) = a e^{-bI_0}, \quad \text{o bien}$$

$$\ln \lambda(I_0) = a - b I_0$$

En realidad la ley se plantea en términos de magnitudes, sin embargo, la correlación lineal existente entre magnitud e intensidad epicentral para una distancia focal constante, (este dato es prácticamente desconocido en la mayoría de los terremotos registrados en nuestro país) permite establecer la ley de acuerdo con la fórmula (18).

Con los datos calculados de $\lambda(I_0)$, es posible, obtener mediante la técnica del ajuste con mínimos cuadrados los valores de las constantes a y b .

4.2.- Obtención de los parámetros v y τ para cada zona sísmica Ω_i y nivel de intensidad I_0

Todos los terremotos, de intensidad mayor o igual que I_0 , con epicentro en la región Ω , pueden servir por su número para calcular unas estimaciones de las tasas $\lambda(I_0)$. Para ello, se procede al filtro, que supone la comprobación de la hipótesis descrita en 4.1. Las dificultades aparecen al no ser posible la utilización de este procedimiento a cada una de las regiones sísmicas Ω_i , por la escasez de datos que generalmente presentan.

Con objeto de solventar este problema, se procede a una estimación de la tasa sísmica en cada región Ω_i , $\lambda(I_0, \Omega_i)$ ó número medio de terremotos, con intensidad igual o superior a I_0 y con epicentro en Ω_i por unidad de tiempo, de acuerdo con la referencia (5). Esta estimación "a priori" que se efectúa ahora, se modificará con los resultados reales ocurridos en la región Ω_i mediante la utilización del teorema de Bayes del modo como se describe mas adelante.

En la referencia (5) se considera la tasa $\lambda(I_0, \Omega)$ o número medio de terremoto de intensidad igual o mayor que I_0 con epicentro en Ω por unidad de tiempo, como una variable aleatoria de media:

$$E\{\lambda(I_0, \Omega)\} = \bar{\lambda}(I_0, \Omega) = \lambda(I_0)$$

en donde $\lambda(I_0)$ se deduce de la expresión (18).

La varianza de $\lambda(I_0, \Omega)$ viene dada por la fórmula empírica:

$$\text{Var}\{\lambda(I_0, \Omega)\} = \frac{\lambda(I_0)}{\Sigma \Delta T}$$

siendo $\Sigma \Delta T$ el intervalo total de tiempo considerado en la evaluación de $\lambda(I)$ (tras la comprobación de la hipótesis comentada anteriormente).

El coeficiente de dispersión de esta variable aleatoria es:

$$c^2\{\lambda(I_0, \Omega)\} = \frac{1}{\lambda(I_0)\Sigma \Delta T}$$

De un modo semejante se considera la tasa $\lambda(I, \Omega_i)$ como otra variable aleatoria, con unos estadísticos -media y ¹dispersión- que se pueden determinar de acuerdo con las expresiones:

$$E\{\lambda(I_0, \Omega_i)\} = k \lambda(I_0)$$

$$c^2\{\lambda(I_0, \Omega_i)\} = (k^{-1/4} - 1)\{1 + c^2\{\lambda(I_0, \Omega)\}\} + c^2\{\lambda(I_0, \Omega)\}$$

con $k = V_i / \sum_{i=1}^n V_i$ un coeficiente, proporción del volumen de corteza de la región Ω_i a la corteza total de la región Ω . A efectos de este estudio puede suponerse un espesor idéntico de la capa, donde se pueden producir terremotos, para todas las zonas sísmicas, es decir, $V_i = e A_i$ con A_i el área de la zona Ω_i . De esta forma resulta:

$$k = A_i / \sum_{i=1}^n A_i$$

Se puede suponer una distribución de probabilidad gamma-1, para la variable $\lambda = \lambda(I_0, \Omega_i)$, del tipo siguiente:

$$f(\lambda) = \frac{e^{-\lambda t_0} \lambda^{n_0-1} t_0^{n_0}}{\Gamma(n_0)}$$

con t_0 y n_0 parámetros de distribución.

El valor medio, varianza y coeficiente de dispersión de esta variable aleatoria son:

$$E(\lambda) = \bar{\lambda} = n_0/t_0; \text{Var}(\lambda) = n_0/t_0^2; c^2(\lambda) = 1/n_0$$

Se observa que n_0 y t_0 representan un número de terremotos y un tiempo respectivamente.

Identificando las expresiones (24) con los resultados (22) se deducen unos valores "a priori" provisionales de n_0 y t_0 :

$$n_0 = \frac{1}{c^2\{\lambda(I_0, \Omega_i)\}}$$

$$t_0 = \frac{1}{E\{\lambda(I_0, \Omega_i)\}}$$

Estos valores de n_0 y t_0 , definen una distribución de probabilidad para la variable aleatoria λ "a priori", es decir, sin introducir la muestra, o sea, los valores de λ realmente ocurridos en la zona sísmica Ω_i , que permitieran corregirlos y obtener otros nuevos ν y τ .

Con estos nuevos resultados de los parámetros la distribución (23) se designa como "a posteriori" y es la que será utilizada en el análisis posterior.

La forma de introducir la nueva información acerca de la variable λ , es decir, la aparición de n_1 terremotos de intensidad igual o mayor que I_0 y epicentro en Ω_i durante el tiempo

po de referencia t_1 (o período de validez calculado en el apartado 4.1), se lleva a cabo mediante la aplicación del teorema de Bayes o la probabilidad de una hipótesis:

$$\text{Prob}(\text{Hip}_i / \text{Suceso } S) = \frac{\text{Prob}(\text{Suceso } S / \text{Hip}_i) \text{Prob}(\text{Hip}_i)}{K}$$

con K una constante de normalización.

En este caso, la aplicación de la fórmula (29) conduce a la nueva distribución $\bar{f}(\lambda)$ para la variable aleatoria λ :

$$\bar{f}(\lambda) = \frac{1}{K} \left(\frac{e^{-\lambda t_1} (\lambda t_1)^{n_1}}{n_1!} \right) \left(\frac{e^{-\lambda t_0} \lambda^{n_0-1} t_0^{n_0}}{\Gamma(n_0)} \right)$$

Al imponer la condición de normalidad:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \bar{f}(\lambda) d\lambda = 1$$

se deduce K , resultando:

$$\bar{f}(\lambda) = \frac{e^{-\lambda(t_1+t_0)} \lambda^{n_1+n_0-1} (t_1+t_0)^{n_1+n_0}}{\Gamma(n_1 + n_0)}$$

La distribución nueva o "a posteriori" de λ dada por la ecuación (30), se interpreta con una nueva distribución de probabilidad gamma-1 con los parámetros:

$$\tau = t_0 + t_1 \quad \text{y} \quad v = n_0 + n_1$$

Por consiguiente los nuevos valores medios varianza y coeficiente de dispersión son:

$$E(\lambda) = \bar{\lambda} = \frac{n_0 + n_1}{t_0 + t_1} = \frac{v}{\tau}$$

$$\text{Var}(\lambda) = \frac{n_0 + n_1}{(t_0 + t_1)^2} = \frac{v}{\tau^2}$$

$$c^2(\lambda) = \frac{1}{n_0 + n_1} = \frac{1}{v}$$

y la distribución de λ a utilizar en el cálculo es:

$$\bar{f}(\lambda) = \frac{e^{-\lambda \tau} \lambda^{v-1} \tau^v}{\Gamma(v)}$$

que corresponde a la expresión (1).

Tras las anteriores consideraciones, para el cálculo de los valores de los parámetros v y τ , que dependen de la re-

gión Ω_i y el punto P_0 epicentro considerado (al ser función de $I_0 = I + \Delta I(R, \theta)$, la intensidad mínima) se puede proceder de acuerdo con las etapas siguientes:

- (1) Determinar para cada región Ω_i y un conjunto discreto de intensidades I_0 , los valores n_0 y τ_0 mediante las fórmulas (25), que utiliza previamente las (19), (21) y (22).
- (2) Obtener mediante simple recuento el número n_1 de terremotos de intensidad igual o mayor que I_0 ocurridos en la zona sísmica Ω_i durante el período de validez (tras el contraste de la hipótesis) $t_1 = \Sigma \Delta T$. Este resultado corresponde a una muestra de la variable aleatoria $\lambda = \lambda(I_0, \Omega_i)$.
- (3) Calcular mediante las expresiones (31) los valores de los nuevos parámetros de la distribución de λ , es decir v y τ .

$$\begin{aligned} v &= n_1 + n_2 \\ \tau &= t_1 + t_2 \end{aligned}$$

De esta forma se obtiene para cada zona Ω_i y un conjunto de intensidades tipo I_e , los valores v y τ .

- (4) Con objeto de evaluar el período de retorno para una intensidad I sentida en el emplazamiento P , mediante la integral (16), es preciso obtener para cada punto (i, j) , de coordenadas (x_j, y_j) perteneciente a la zona sísmica Ω_i , los valores de v y τ . Para ello, se calcula el valor límite mínimo de la intensidad I_0 en P_0 , mediante la expresión:

$$I_0 = I + \Delta I(R, \theta)$$

con $\Delta I(R, \theta)$ el valor deducido de la curva de atenuación correspondiente y que representa la caída de la intensidad sísmica, desde su valor epicentral en P_0 a su valor sentido en el emplazamiento P . Con esta intensidad I_0 se obtienen los valores correspondientes, v y τ , por interpolación de lista de estos parámetros calculada en la etapa anterior.

4.3.- Evaluación de la integral del período de retorno

La determinación del período de retorno para la intensidad I , se realiza mediante el cálculo de la integral de la fórmula (16):

$$PR(I, P) = \int_0^\infty \frac{dt}{\sum_{i,j} \left\{ 1 + \frac{t \Delta x \Delta y}{\tau A_i} \right\}^v}$$

El cálculo se efectúa numéricamente en dos etapas sustituyendo (16) por la suma siguiente en cada una de ellas:

$$PR(I, P) = \sum_{m=1}^M \Delta t_m \sum_{i,j} \frac{1}{\left(1 + \frac{t_m \Delta x \Delta y}{\tau A_i} \right)^v}$$

$$\text{con } t_m = t_{m-1} + \frac{1}{2} \Delta t_m.$$

El valor de M se ajusta en cada fase. En la primera se supone que M es un valor moderado ($M = 25$)(*) y en la segunda y definitiva el cálculo se lleva a cabo con M mayor ($M = 100$).

El producto $(\prod_{i,j})$ se compone de tantos factores como entornos en los que i,j se ha dividido la región Ω . Con objeto de simplificar el cálculo de este producto conviene proceder por zonas sísmicas, agotando todos los productos correspondientes a los entornos de una región sísmica antes de proceder con la siguiente.

El incremento temporal se ha supuesto inicialmente constante:

$$\Delta t_m = \frac{T_{\text{máx}}}{M-1}$$

incrementándose por un factor λ ($\lambda = 1.5$):

$$\Delta t_{m+1} = \lambda \Delta t_m$$

si la aportación del m -simo sumando de (17) al valor corriente del período de retorno $PR(I,P)$ es menor de una fracción de terminada (1%).

El valor de $T_{\text{máx}}$ se supone en la primera etapa del cálculo que es apriorísticamente un número de veces el período de retorno calculado para la intensidad anterior $I-1$. En los casos estudiados este número ha sido 20. Para la intensidad mas baja se adoptó un número razonable ($T_{\text{máx}} = 5$ para $I = 3$).

De esta primera etapa se obtiene un valor aproximado de $PR(I,P)$, que se refina en la segunda, efectuado de nuevo la suma, de acuerdo con los valores de $M = 100$ y $T_{\text{máx}} = 2PR(I,P)$.

5.- EJEMPLO DE APLICACION

El modelo probabilístico descrito en los apartados anteriores, se ha aplicado a la evaluación de distintos emplazamientos susceptibles de ser afectados por un seísmo importante. Aquí se expone el estudio de uno de los emplazamientos, cuyos datos se han definido en (5) y que se resumen a continuación. Se ha considerado un emplazamiento P cuyas coordenadas son: longitud = 0,4W, latitud = 28,4N.

El número de regiones sísmicas tenidas en cuenta en el cálculo han sido 46, y se han definido por las coordenadas de los vértices de sus contornos que se suponen poligonales. En la tabla 1 se representan estas regiones sísmicas o unidades sísmicas.

NOTA(*): Los valores entre paréntesis son los adoptados por los autores en los ejemplos numéricos que se presentan mas adelante.

motectónicas Ω_i . El emplazamiento P se encuentra en la región sísmica 38.

TABLA 1. LISTA DE ZONAS SISMICAS

NUMERO DE ZONA Y NOMBRE	SUPERFICIE KM ²	Nº ZONA Y NOMBRE	SUPERFICIE KM ²
1. AQUITANIA	7.015,02	24. DEPRESION DE ALFAMBRA-TURIA	4.008,66
2. NORDPIRINEO	7.478,19	25. SIERRAS DE VALENCIA	8.734,06
3. PIRINEO AXIAL	13.732,1	26. DEPRESION VALENCIA-CASTELLON	2.356,02
4. SUBPIRINEO	17.967,2	27. BAJO JUCAR	1.575,76
5. CANAL DE VERDUN	3.530,45	28. DEPRESION DE GANDIA	268,26
6. DEPRESION PERPIGNAN-URGEL	615,27	29. PLATAFORMA ALICANTINA	4.007,1
7. DEPRESION DEL EBRO	37.974,9	30. PLATAFORMA BALEAR	41.981,5
8. EL AMPURDAN-OTLOT-LA SELVA	2.124,1	31. PREBETICO INSULAR	5.094
9. PLATAFORMA CATALANA	4.952,75	32. SISTEMA CENTRAL	10.290
10. ZONA SEPTENTRIONAL CATALANA	935,34	33. DEPRESION TAJO-LA MANCHA	31.935,1
11. VALLES-PENEDES-GAYABONASTRE	2.060,15	34. MACIZO IBERICO SUDORIENTAL	24.693,4
12. DEPRESION DE VALLS-REUS	829,13	35. DEPRESION ALTO GUADALQUIVIR	4.020,17
13. CUENCA DE VALENCIA	30.471,4	36. SUBBETICO	13.711,73
14. PLATAFORMA LEVANTINA	22.736,5	37. PREBETICO PENINSULAR	17.775,5
15. ZONA MERIDIONAL CATALANA	2.558,45	38. DEPRESION DE ALICANTE	1.114,13
16. DEPRESION DE TORTOSA	1.577,63	39. BAJO SEGURA	1.810,68
17. EL MAESTRAZGO	7.503,9	40. LORCA-CARTAGENA MENOR	3.862,71
18. IBERICA-ARAGONESA	7.637,99	41. BETICO	18.087,5
19. DEPRESION DE CALATAYUD	1.691,05	42. PLATAFORMA SUDORIENTAL	9.246,64
20. DEMANDA-CAMEROS	8.319,55	43. ALBORAN	17.243,6
21. DEPRESION DEL DUERO	15.148,6	44. CUENCA SUBBALEAR	84.835,4
22. IBERICA-CASTELLANA	15.536,3	45. PLATAFORMA ARGELINA	7.650,51
23. IBERICA-SUDOCCIDENTAL	9.663,45	46. ZONA ARGELINA	24.379,7

Los terremotos que son susceptibles de afectar el emplazamiento P se describen mediante un número de orden (k), intensidad epicentral (I_e), año de ocurrencia (t_k), longitud y latitud epicentrales así como la unidad sismotectónica (Ω_i) a la

que pertenece. El total de seismos considerados en este ejemplo ha sido de 1800.

Por último se han registrado los datos de las curvas de amortiguamiento o atenuación de la intensidad expresadas cada una de ellas por la distancia R y la pérdida de intensidad ΔI para diferentes direcciones de propagación sísmica (θ) y niveles de intensidad epicentral (I_e).

Sin embargo con objeto de simplificar la entrada de datos en este ejemplo específico se ha supuesto curvas de atenuación independiente a la dirección θ y nivel de intensidad I_e . En la tabla 2 se definen las curvas de atenuación consideradas en el análisis.

Cada terremoto con epicentro en una zona se amortigua de acuerdo con una curva de atenuación, que puede depender de la dirección de propagación del seismo, es decir, de la orientación del segmento epicentro con el emplazamiento que se está estudiando. La tabla 3 presenta una lista de las zonas y curvas de atenuación aplicadas.

TABLA 2. CURVAS DE ATENUACION (DISTANCIAS DE CADA ΔI EN KMS)

$\Delta I =$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	13	35	57	78	102	126	156	183	216	252	300
2	4	10	25	38	72	102	132	169	206	253	300
3	10	57	69	81	92	101	113	123	134	142	150
4	12	25	98	163	201	225	246	263	279	290	300
5	17	68	114	178	230	258	270	279	289	294	300
6	2	14	176	216	240	255	269	279	289	296	300
7	11	57	115	150	180	204	228	252	270	285	300
8	10	80	200	123	246	261	273	280	287	293	300
9	15	24	33	42	60	79	99	117	141	159	180
10	16	26	35	45	57	72	87	102	119	136	156
11	12.5	20.5	22.5	37	54	70.5	88.5	109.5	130.5	154.5	186
12	25	32	41	54	66	82.5	99	117	135	156	180
13	10	19	29.5	37	49.5	61.5	75	88.5	103.5	120	138
14	4	10	29	40	70	210	240	253	262	269	274
15	4	12	20	40	110	160	206	238	260	276	287
16	2	5	14	42	132	177	198	213	220	241	252
17	3	5	7	9	11.3	13	15.2	17.4	19.2	21	23.2
18	6	13	15	19	24	28	32.3	37.3	42.1	46.2	51
19	1	6	9	13	17	20.1	24	27.3	31.2	35.4	39.4
20	30	52	70	84	101	114	127	140	150	158	167
21	5	10	100	127	144	166	185	199	211	222	230
22	3	8	96	170	204	224	240	253	267	276	282
23	15	40	70	93	117	141	160	170	195	212	225
24	13	35	60	79	100	120	130	156	174	186	200
25	4	9	21	39	57	70	101	120	135	147	159
26	5	93	143	160	191	225	243	250	273	285	300
27	2	23	73	130	180	206	227	243	259	264	273
28	2.5	16.5	23	30.5	39	48	60	72	82	90	101
29	4	15.5	20.5	40.5	50.5	70.5	90	100	123	141	159
30	4	16.5	29	45	66	88.5	111	135	159	186	216
31	1.5	6	11.5	22.5	30	40.5	52.5	70	89	105	127.5
32	20.5	60	93	114	144	165	186	207	220	243	255
33	13	90	123	150	177	195	213	229	244	250	260
34	3.5	9	17	22	37	51	60	75	89	105	123
35	10	45	75	110	186	222	246	264	279	291	300
36	4	14	30	60	125	225	249	260	282	294	300
37	10	20	42	84	225	249	265	276	285	294	300
38	32	70	125	190	256	273	283	291	297	299	300
39	20	45	80	130	190	249	260	282	291	297	300
40	10	30	70	105	145	181	219	255	282	294	300
41	25	65	95	140	215	264	276	280	295	299	300
42	2	13.5	27	39	51	65	70	89	90	105	110
43	3	16	30	42	60	79	99	111	132	144	156
44	11	27	34.5	41.5	48	57	63	72	70	87	96
45	11	27	41	52	69	90	111	124	130	149	156
46	6.5	20	30	43.5	60	76	93	108	126	130	149
47	7	10	27	37	54	72	91	112	126	130	140
48	5.5	17.5	26	32.5	42	48	56	63	71	77	84
49	4	14	20	26	34	42	46	54	60	60	74

CURVA DE ATENUACION

30	14	21	30	42	54	68	81	96	114	126	140
31	3.5	17.5	24	26	36	45	57	66	75	84	93
32	13	19.5	27	37	50	64.5	82.5	102	126	148.5	180
33	20	36	75	120	157.5	192	213	231.5	246	256.5	287
34	5	10	50	105	156	191	210	222	234	243	251
35	11.5	21.5	39	67.5	97.5	128	153	177	191	201	210
36	3	12	23.5	40.5	63	90	114	144	180	219	249
37	26.4	63	70.8	78	90	102	120	132	150	174	204
38	18	46.5	67	87	114	150	201	224	237	249	255
39	21	38	62	96	127	159	186	214	234	247	257
40	11.5	33.5	59.5	79	100	127.5	154.5	180	210	246	282
41	10	74	150	180	220	249	267	279	280	294	300
42	6	21	46	77	100	149	180	210	240	250	273
43	5	20	40.5	55	70	84	99	114	132	156	192
44	19	33	45	57	69	84	104	126	150	180	222
45	34	60	105	126	146	165	198	240	267	282	289
46	6	33	50	90	100	261	276	285	294	297	300
47	7	28	52	83	160	240	276	280	294	297	300
48	4	15	40	46.5	50.5	53	56	58	60	61	64
49	2.5	9	14.5	18	21	24	27	30	35	37	40
50	13	19	27	42	72	86	92	97	102	105	109
51	10	23	47	70	83	90	94	105	111	117	120
52	13	18	32	42	60	73	77	85	90	94	97
53	4	12	10	22	36	53	60	64	69	73	77
54	2.5	13.5	31.5	36	40	44	48	61	63	67	69.7
55	2.5	4.5	6.5	7	13	21	26	20	31	33	38
56	7	9	11	16	21	27	42	46	71	76	80
57	0	12.5	21	35	43	47	49	50	52	52.3	53
58	2	11.5	20	37	57	62	63	65	66	67	70
59	1.2	5.5	8	15	24	33	45	57	69	70	96
60	2	5	9	16.5	27	39	51	63	75	87	100
61	10.5	13	14	16	22	27	32	37	51	53	57
62	3	5.5	8	11	13	17	22	26	30	34	37
63	6.5	10	14.5	19	24	30	35	50	56	81	85
64	2	5	7.5	11	13	16	20	25	27	32	37
65	4	14	22	27	29	33	36	39	52	55	57
66	2	4	8	12	13	17	20	23	27	40	44
67	2	7	10	10	23	33	45	54	69	87	102
68	2	7	10	12	15	16	18	19.7	20.4	21.8	22.2
69	1	6	11	22	26	30	34	38	41	44	46
70	1	7	11	19	26	30	34	37	40	44	47
71	20	46	64	96	150	194	211	243	262	273	281
72	10	40	62	90	144	191	224	250	263	280	293
73	30	90	164	224	262	274	284	290	293	295	300
74	10	40	72	100	130	170	210	230	246	256	270
75	14.6	21.6	31.5	43.5	55.5	69	82.5	96	111	124	140
76	7.5	25	62	93	120	144	163	182	200	213	226
77	9.0	15.2	21	27	33	40	45	50	54	59	63
78	2.6	11	22	26	29	33	38	42	48	54	63
79	2.7	12	16.7	27	36	45	52.5	60	66	72	78
80	1.7	11	13.2	23.4	31.5	39	45	51.6	57	61.5	66
81	1.9	13.2	32	43.5	50.1	57.6	63	68.1	72.3	76.8	81
82	1.0	15	25.6	31.2	36	42	48	52.5	57.9	63	67.5
83	2.4	27.4	35	45	54	60	66	70.5	75	78	82.2
84	2	20.7	24	29.2	35.1	42	48	55.1	60	64.2	67.5
85	1.5	10.9	16.7	21.9	27	31.5	36	40.5	45	48	51
86	1.9	10	24.6	32.1	39	43.5	48.6	52.5	57.6	61.5	66

TABLA 3. LISTA DE ZONAS Y CURVAS DE ATENUACION APLICADAS

Cada zona tiene más de una curva de atenuación, dependiendo de la dirección de dicha atenuación.

ZONAS	CURVAS DE ATENUACION	ZONAS	CURVAS DE ATENUACION
1-2	1-2-3	27	99-100-101-102
3	4-5-6-7-8		103-104-105-106
4	9-10-11-12-13	29-30-43-44-45	85-8-6
5	14-15-16		
6-12-16-26-28	74-75-76-77-78-79-80	31-37	42-43-44-45-46-47
7-21	17-18-19	32-34	91-92-93-94
8	20-21-22	33-35	87-88-89-90
9-13-14	23-24	36	38-39-40-41
10	25-26-27-28	38	48-49-50-51
11	29-30-31	39	52-53-54-55-56-57
15	32-33-34		58-59
17-18-19-22-24-25	70-71-72-73	40	68-69
20	35-36-37	41-46	60-61-62-63-64-65
23	81-82-83-84		66-67
		42	95-96-97-98

Los datos de los 1800 seismos han sido sometidos a la prueba de validez de la hipótesis de distribución temporal de Poisson, obteniéndose los intervalos de validez ($\Sigma\Delta T$) que se muestran en la tabla 4, con un intervalo de comparación $\Delta T = 25$ años. El lapso total de recogida de todos los terremotos ha sido desde el año 1200 hasta la actualidad.

TABLA 4. RECTA DE REGRESION

INTENSIDAD I_0	$t_1 = \Sigma\Delta T$	N	$\lambda(I_0)$
11	975	0,003246	$3,33 \times 10^{-6}$
10	975	0,010517	$1,08 \times 10^{-6}$
9	975	0,034084	$3,50 \times 10^{-6}$
8	75	0,110450	$1,47 \times 10^{-3}$
7	100	0,357919	$3,58 \times 10^{-3}$
6	75	1,159860	$1,55 \times 10^{-2}$
5	75	3,75859	$5,01 \times 10^{-2}$
4	75	12,1799	$1,62 \times 10^{-2}$
3	75	39,4699	$5,26 \times 10^{-1}$
2	75	127,9050	1,71
1	75	414,4820	5,53

Tras la depuración de los seismos registrados se procede a la obtención de la recta semilogarítmica de regresión correspondiente a la fórmula (18) que expresa el número medio de terremotos de intensidad mayor o igual a I_0 por unidad de tiempo (año) producidos en toda la región sísmica Ω . Esta tasa $\lambda(I_0) = N/\Sigma\Delta T$ se representa asimismo en la tabla 4. De este modo se pueden deducir mediante las fórmulas (19), (20) y (21) la media, varianza y coeficiente de depresión de los seismos con intensidad epicentral mayor o igual a I_0 de toda la zona Ω . Por otra parte, la aplicación de las expresiones (22) permiten deducir estos estadísticos de estos seismos referidos a cada unidad sismotectónica y en particular, mediante las igualdades (25) los valores, n_0 y t_0 , número e intervalo de validez de los terremotos de intensidad igual o mayor que I_0 , ocurridos en la región Ω_i .

En la tabla 5 se recogen para cada intervalo de validez $t_1 = \Sigma\Delta T$ de cada intensidad I_0 el número de seismos n_1 con intensidad epicentral mayor o igual a I_0 realmente ocurridos en cada zona sismotectónica Ω_i . Este número n_1 se ha obtenido mediante simple recuento entre los datos depurados de los terremotos.

TABLA 5. VALORES DE n_1

$I_0 >$ zona	1	2	3	4	5	6	7	8	8	10	11
1	4	4	4	4	3	1	0	0	0	0	0
2	71	71	68	49	31	18	12	6	2	0	0
3	58	58	55	45	22	13	7	2	0	0	0
4	11	11	9	9	4	1	0	0	0	0	0
5	10	10	10	7	3	1	1	1	0	0	0
6	10	10	9	8	3	3	0	0	0	0	0
7	6	6	6	2	1	0	0	0	0	0	0
8	11	11	11	9	8	4	2	2	2	1	0
9	20	20	20	13	7	2	0	0	0	0	0
10	31	31	30	17	9	2	0	0	0	0	0
11	22	22	20	16	10	1	1	1	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
13	4	4	3	1	0	0	0	0	0	0	0
14	4	4	4	3	2	0	0	0	0	0	0
15	6	4	3	2	2	1	0	0	0	0	0
16	2	2	2	1	1	0	0	0	0	0	0
17	4	4	4	3	1	0	0	0	0	0	0
18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
19	3	3	3	2	1	1	0	0	0	0	0
20	4	4	4	4	4	3	3	0	0	0	0
21	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
22	10	10	10	8	5	2	1	0	0	0	0
23	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
24	5	5	5	5	3	1	0	0	0	0	0
25	4	4	4	3	2	0	0	0	0	0	0
26	7	7	7	7	3	1	0	0	0	0	0
27	13	13	12	8	4	1	1	1	1	1	0
28	2	2	2	2	2	1	1	1	1	0	0
29	5	5	5	3	2	1	0	0	0	0	0
30	2	2	2	2	1	0	0	0	0	0	0
31	7	7	7	5	2	0	0	0	0	0	0
32	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
33	6	6	5	3	3	0	0	0	0	0	0
34	8	8	8	3	1	1	1	1	0	0	0
35	5	5	4	4	1	0	0	0	0	0	0
36	65	65	61	40	23	13	5	2	0	0	0
37	90	89	78	52	32	12	4	0	0	0	0
38	76	39	32	17	12	6	1	0	0	0	0
39	219	219	214	150	76	32	15	6	2	1	0
40	15	15	13	6	4	1	0	0	0	0	0
41	491	469	427	253	114	44	30	10	6	2	0
42	66	52	46	28	9	1	0	0	0	0	0
43	18	18	17	13	5	2	1	0	0	0	0
44	8	8	7	3	2	1	1	0	0	0	0
45	9	9	9	8	8	4	3	2	1	0	0
46	73	73	73	65	53	42	27	16	7	5	1

Con los valores de n_1 y t_1 se deducen los parámetros v y τ de la distribución de probabilidad de la tasa λ para cada zona Ω_i y por consiguiente se puede proceder a la evaluación de la integral (16). Los resultados del período de retorno para cada intensidad, o inversamente las intensidades obtenidas para cada período de retorno tipo se resumen en la tabla 6.

TABLA 6. PERIODOS DE RETORNO (T) — INTENSIDADES (I)

T	Distribución áreas			Distribución energías		
	$\alpha = 1$	$\alpha = 0$	$\alpha = 10$	$\alpha = 1$	$\alpha = 0$	$\alpha = 10$
50	6,43	4,64	7,13	7,18	6,39	7,50
100	6,78	5,22	7,49	7,50	6,93	7,90
500	7,58	6,56	8,33	8,45	8,16	8,85
1000	7,93	7,13	8,69	8,83	8,70	9,26

La interpretación de esta tabla exige señalar las siguientes observaciones: La distribución por áreas corresponde a la utilización de las fórmulas (22) para la obtención de los parámetros n_0 y t_0 de la distribución "a priori". La distribución a posteriori se define por los parámetros v y τ , cuyos valores pueden escribirse, como generalización de la expresión (31), del siguiente modo:

$$v = n_0 + n_1 \cdot \alpha$$

$$\tau = t_0 + t_1 \cdot \alpha$$

El caso $\alpha = 1$ es el considerado en el texto. Si $\alpha = 0$ se supone que la distribución inicial no se modifica con la información existente de los terremotos realmente ocurridos en el área Ω_i . El valor $\alpha = 10$ implica el hecho de aplicar de un modo reiterado el teorema de Bayes, de forma que la información real adquiriera un peso preponderante. En este caso se ha utilizado diez veces el teorema de Bayes.

Por último la distribución por energías supone que se sustituye en las fórmulas (27) de cálculo de la media y varianza de la distribución de las tasas sísmicas en cada zona, el volumen V_i de cada unidad sismotectónica Ω_i por la energía sísmica realmente liberada es el mismo. Esta hipótesis inicial parece mas plausible, particularmente si existen importantes diferencias en la actividad sísmica entre zonas.

En la figura 1 se representan estos valores del período de retorno para el emplazamiento estudiado en función de la intensidad sentida.

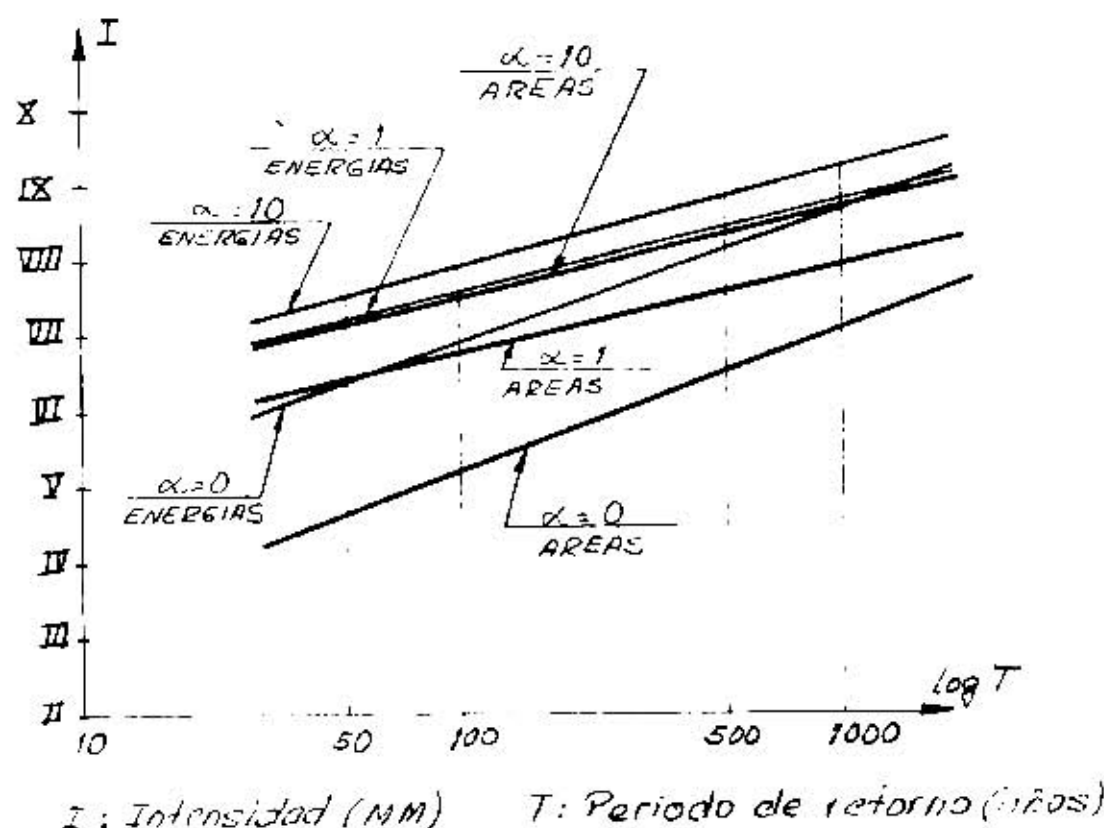


Fig 1.-Intensidades-Periodos de retorno.

5.- COMENTARIOS FINALES

Se ha desarrollado un método de análisis del riesgo sísmico, que permite deducir para un emplazamiento prefijado una relación entre la intensidad sentida y el período de retorno correspondiente. Esta información puede ser útil en el diseño de obras públicas singulares, en el que se hace preciso alcanzar un equilibrio entre la seguridad y coste.

El método maneja un tipo de información histórica asequible en un país con baja sismicidad media, que a veces es no totalmente satisfactoria o incompleta, como la utilización de las intensidades de la escala modificada de Mercalli. Por otra parte se han explicitado en este artículo las hipótesis mas relevantes y por consiguiente abiertas a una revisión. La importancia de algunas de estas hipótesis introducidas por el modelo probabilista (definición de las zonas sísmicas, la hipótesis "a priori" que se considera para la obtención bayesiana de la distribución temporal de terremotos en cada zona, etc.) pueden ser contrastadas en cada caso mediante los oportunos estudios de la sensibilidad de sus modificaciones en los resultados.

7.- AGRADECIMIENTOS

Los autores desean expresar su agradecimiento a los Profesores D. Clemente Saenz y D. Miguel Arenillas por sus numerosos y positivos comentarios en la fase de gestación del modelo, así como por ofrecerles la oportunidad de su aplicación a situaciones reales. Al Profesor D. Leopoldo Bisbal por su amabilidad al admitirles la utilización de la importante documentación histórica sísmica recogida en su tesis doctoral y que ha servido de base en los datos del ejemplo presentado. Al Dr. Ingeniero de Caminos D. Julio Arús por su eficaz colaboración en el proceso por computador del ejemplo del apartado 5.

REFERENCIAS.

1. Samartín, A. "Estudio probabilista del riesgo sísmico en la Central Nuclear de Escatron". Informe Técnico. (1975).
2. Samartín, A. "Estudio probabilista de las características sismotectónicas del emplazamiento de la Central Nuclear de Anetlla del Mar (Tarragona)". Informe Técnico. (1977).
3. Arenillas, M.; Saenz, C. y Samartín, A. "Criteria to Determine Seismic Risk on Sites. Application to Spanish Dams". Comisión Internacional de Grandes Presas. 14 Congreso. Río de Janeiro (1982).
4. Martín, A.J. "Riesgo sísmico en la Península Ibérica". Tesis Doctoral. Universidad Politécnica de Madrid. (1984).
5. Bisbal, L. "Estudio de la distribución de intensidades sísmicas en el ámbito valenciano. Su incidencia en las Obras Públicas". Tesis Doctoral. Universidad Politécnica de Valencia. (1984).
6. Cornell, C.A. y Merz, H.A. "Seismic Risk Analysis of Boston" Journal of Structural Division. ASCE. Octubre. (1975).